Primo modulo di Analisi Matematica (Prof. Majer)

Numeri naturali. Principio di induzione. Somma di una progressione aritmetica. Somma di una progressione geometrica. Insiemi, relazioni, funzioni. Combinatoria. Formula del binomio di Newton. Numeri interi, numeri razionali, gruppi e campi. Irrazionalità di $\sqrt{2}$ e della sezione aurea. Gruppi e campi ordinati. Esempio: il campo delle frazioni razionali $\mathbb{Q}(x)$. Proprietà archimedea. Maggioranti e minoranti di insiemi numerici: stima a priori per gli zeri di un polinomio. Disuguaglianza fra media aritmetica e media geometrica e disuguaglanza di Cauchy-Schwarz.

Il campo ordinato dei numeri reali. Assioma di completezza. Estremo superiore e sue proprietà. La completezza implica la proprietà archimedea. Sottogruppi additivi di $\mathbb{R}$. Esistenza della radice n-esima di numeri reali positivi. Norma uniforme di funzioni a valori reali. Unicità di $\mathbb{R}$. Somme infinite a termini maggiori o uguali di zero. Criterio del confronto. Prodotti infiniti di numeri maggiori o uguali di uno. Somme e prodotti infiniti a termini qualunque. $\mathbb{R}^2$, grafici, prodotto scalare e norma euclidea.

Successioni, limiti di successioni di numeri reali; proprietà algebriche e d'ordine. Relazioni fra i concetti di limite e di estremo superiore. Compattezza. Funzione esponenziale reale. Serie; confronto fra i concetti di serie e di somma infinita. Creiteri del rapporto e della radice, criterio di Leibnitz.

Funzioni continue, funzioni lipschitziane. Teorema degli zeri. Teorema di Weierstrass. Invertibilità di funzioni. Logaritmo naturale. Continuità e successioni.

Notazione di Landau. Derivate e calcolo differenziale. Teorema di Rolle. Teorema di Lagrange. Derivate successive. Sviluppi polinomiali. Sviluppo di Taylor. Formula del resto di Peano e di Lagrange.

Il campo dei complessi $\mathbb{C}$. Esponenziale complesso, funzioni trigonometriche, il numero π. Radici dell'unità. Serie di numeri complessi. Criterio di Dirichlet. Serie di potenze. Sommme e prodotti infiniti di numeri complessi. Prodotto infinito per $\sin(z)$. $\sum_{k=1}^{\infty} 1/k^2 = \pi^2/6$. Curve, lunghezze di curve; il caso di e^{it}. Teorema Fondamentale dell'Algebra. Decomposizione di funzioni razionali in frazioni semplici.