**Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II**

Anno Accademico 2013-2014

**QUARTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II**

Pisa, 13.09.14

**Nome e cognome** **Matricola**

**1.** Dire se l'insieme $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 1/9 < xy < 1\}$ è

(a) limitato e connesso (b) non limitato e connesso

(c) non connesso e limitato (d) né connesso né limitato .

**2.** Sia $\mathbf{\Phi} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $\mathbf{\Phi}(0,0) = (2,1,1)$ , $\nabla\Phi_1(0,0) = (1,2)$ , $\nabla\Phi_2(0,0) = (1,3)$ , $\nabla\Phi_3(0,0) = (4,1)$ . Sia poi $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = \exp\{\sqrt{x+y}\}\sin(\pi z)$ . Calcolare $\frac{\partial}{\partial x}(f \circ \mathbf{\Phi})(0,0)$ .

**3.** Sia $f_n : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ cosi' definita

$$f_n(x,y) = 3\exp\{nx^2\} - 4x^2 + \sin(y^2) .$$

Dire per quali $n \in \mathbb{N}$ il punto $(0,0)$ è di minimo locale per $f_n$ .

**4.** Calcolare

$$\iint_R y\cos(xy)\, dx\, dy$$

dove $R = [\pi, 3\pi] \times [1,2]$ .

**5.** Calcolare l'area della superficie il cui sostegno $\Sigma$ è dato da

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x \geq 0\,,\, y \geq 0\,,\, z \geq 0\,,\ x + 2y + 3z = 1\} .$$

**6.** Sia $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ il campo definito da

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(2xy + 3y^2 + 1\ ,\ 6xy + x^2 - 1\right) .$$

Calcolare il potenziale $V$ di $\mathbf{F}$ tale che $V(1,1) = 3$ .

**Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.**

α

1

(d)

---

2

$-4\pi e^{\sqrt{3}}$

---

3

$m \geqslant 2$

---

4

$4/3\pi$

---

5

$\dfrac{\sqrt{14}}{12}$

---

6

$x^2y + 3xy^2 + x - y - 1$

---

**Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II**

Anno Accademico 2013-2014

**QUARTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II**

Pisa, 13.09.14

**Nome e cognome** **Matricola**

**1.** Dire se l'insieme $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; xy < 0 \; , \; 1 \leq x^2 + 2y^2 \leq 2\}$ è

(a) limitato e connesso (b) non limitato e connesso

(c) non connesso e limitato (d) né connesso né limitato .

**2.** Sia $\mathbf{\Phi} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $\mathbf{\Phi}(0,0) = (1,1,2)$ , $\nabla\Phi_1(0,0) = (2,1)$ , $\nabla\Phi_2(0,0) = (3,1)$ , $\nabla\Phi_3(0,0) = (4,1)$ . Sia poi $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = \exp\{\sqrt{x+y}\} \sin(\pi z)$ . Calcolare $\frac{\partial}{\partial y}(f \circ \mathbf{\Phi})(0,0)$ .

**3.** Sia $f_n : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ cosi´ definita

$$f_n(x,y) = 2\exp\{-nx^2\} + 5x^2 - 2\sin(y^2) .$$

Dire per quali $n \in \mathbb{N}$ il punto $(0,0)$ è di massimo locale per $f_n$ .

**4.** Calcolare

$$\iint_R y \sin(xy) \, dx \, dy$$

dove $R = [\pi/2, \pi] \times [1,3]$ .

**5.** Calcolare l'area della superficie il cui sostegno $\Sigma$ è dato da

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; x \geq 0 \, , y \leq 0 \, , z \geq 0 \, , \; x - 3y + z = 2\} \; .$$

**6.** Sia $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ il campo definito da

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(4xy - y^2 + 2 \; , \; 2x^2 - 2xy - 3\right) \; .$$

Calcolare il potenziale $V$ di $\mathbf{F}$ tale che $V(1,0) = 0$ .

**Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.**

B

1

(c)

---

2

$$\pi e^{\sqrt{2}}$$

---

3

$$n \geq 3$$

---

4

$$-4/\pi$$

---

5

$$\frac{2\sqrt{11}}{3}$$

---

6

$$2x^2y - xy^2 + 2x - 3y - 2$$

---

**Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II**

Anno Accademico 2013-2014

**QUARTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II**

Pisa, 13.09.14

**Nome e cognome** **Matricola**

**1.** Dire se l'insieme $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2 - y^2 < 1\ ,\ x^2 + y^2 \le 4\}$ è
(a) limitato e connesso (b) non limitato e connesso
(c) non connesso e limitato (d) né connesso né limitato .

**2.** Sia $\mathbf{\Phi} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $\mathbf{\Phi}(0,0) = (1,2,1)$ , $\nabla\Phi_1(0,0) = (3,1)$ , $\nabla\Phi_2(0,0) = (2,1)$ , $\nabla\Phi_3(0,0) = (2,2)$ . Sia poi $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = \exp\{-\sqrt{x+y}\}\sin(\pi z)$ . Calcolare $\frac{\partial}{\partial x}(f \circ \mathbf{\Phi})(0,0)$ .

**3.** Sia $f_n : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ cosi´ definita

$$f_n(x,y) = 2\exp\{-nx^2\} + 7x^2 + 2\sin(y^2) .$$

Dire per quali $n \in \mathbb{N}$ il punto $(0,0)$ è di sella per $f_n$ .

**4.** Calcolare

$$\iint_R x\cos(xy)\ dx\,dy$$

dove $R = [2,3] \times [\pi, 2\pi]$ .

**5.** Calcolare l'area della superficie il cui sostegno $\Sigma$ è dato da

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x \le 0\ , y \ge 0\ , z \ge 0\ ,\ 2y - x + z = 3\} .$$

**6.** Sia $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ il campo definito da

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(2y^2 + 6xy - 1\ ,\ 4xy + 3x^2 + 1\right) .$$

Calcolare il potenziale $V$ di $\mathbf{F}$ tale che $V(0,1) = 2$ .

**Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.**

$\gamma$

1 (a)

2 $-2\pi e^{-\sqrt{3}}$

3 $n \geqslant 4$

4 $-2/\pi$

5 $\sqrt{6}$

6 $2xy^2+3x^2y-x+y+1$

γ

**Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II**

Anno Accademico 2013-2014

**QUARTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II**

Pisa, 13.09.14

**Nome e cognome** **Matricola**

**1.** Dire se l'insieme $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ y > 0 \ , \ 1 \leq x/y \leq 2\}$ è

(a) limitato e connesso (b) non limitato e connesso

(c) non connesso e limitato (d) né connesso né limitato .

**2.** Sia $\mathbf{\Phi} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $\mathbf{\Phi}(0,0) = (1,1,0)$ , $\nabla\Phi_1(0,0) = (1,3)$ , $\nabla\Phi_2(0,0) = (1,2)$ , $\nabla\Phi_3(0,0) = (3,3)$ . Sia poi $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = \exp\{-\sqrt{x+y}\}\sin(\pi z)$ . Calcolare $\frac{\partial}{\partial y}(f \circ \mathbf{\Phi})(0,0)$ .

**3.** Sia $f_n : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ cosi´ definita

$$f_n(x,y) \ = \ 3\exp\{nx^2\} - 13x^2 - \sin(y^2) \ .$$

Dire per quali $n \in \mathbb{N}$ il punto $(0,0)$ è di sella per $f_n$ .

**4.** Calcolare

$$\iint_R x\sin(xy)\, dx\, dy$$

dove $R \ = \ [1,3] \times [\pi, 3\pi/2]$ .

**5.** Calcolare l'area della superficie il cui sostegno $\Sigma$ è dato da

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x \leq 0\,,\, y \leq 0\,,\, z \geq 0\,,\ z - 2x - 2y = 4\} \ .$$

**6.** Sia $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ il campo definito da

$$\mathbf{F}(x,y) \ = \ \left(y^2 - 2xy + 2\ ,\ 2xy - x^2 + 2\right) \ .$$

Calcolare il potenziale $V$ di $\mathbf{F}$ tale che $V(1,1) = 1$ .

**Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.**

8

1 (b)

2 $3\pi e^{-\sqrt{2}}$

3 $n \geq 5$

4 $-4/3\pi$

5 6

6 $xy^2 - x^2y + 2x + 2y - 3$

8