

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
SESTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 26.01.15

Nome e cognome

Matricola

1. Sia $f(x, y) := \frac{\log(2 - x^2 - y^2)}{x^2 + y^2 + 3}$. Il dominio di definizione di f è

- (a) chiuso e limitato (b) chiuso e non limitato
(c) aperto e limitato (d) aperto e non limitato .

2. Determinare il più grande valore intero k per cui la funzione

$$f(x, y, z) = \cos(x) + ky \log(1 + z) - \frac{3}{2}y^2 - \frac{5}{2}z^2$$

ha in $P := (0, 0, 0)$ un punto stazionario di massimo locale.

3. Detta $y(x)$ la funzione definita implicitamente da $10x^2 - 3y^2 + xy = 0$ e $y(1) = 2$, determinare il valore $y'(1)$.

4. Calcolare l'area della superficie $S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 3x + z = 7, 2x^2 + y^2 \leq 9\}$.

5. Determinare in quali punti la mappa $\Phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$\Phi(x, y) = (x^2 - y^2 - 4x, xy - 2y)$$

non è localmente invertibile.

6. Determinare un potenziale del campo $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x, y) = (4xy + 2y^2 - 1, 2x^2 + 4xy + 3) .$$

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

1

(c)

2

$$k=3$$

3

$$f'(1) = 2$$

4

$$9\pi\sqrt{5}$$

5

(2, 0)

6

$$2x^2y + 2xy^2 - x + 3y$$

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
SESTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 26.01.15

Nome e cognome

Matricola

1. Sia $f(x, y) := \frac{\sqrt{3 - x^2 - y^2}}{x^2 + y^2 + 2}$. Il dominio di definizione di f è

- (a) chiuso e limitato (b) chiuso e non limitato
(c) aperto e limitato (d) aperto e non limitato .

2. Determinare il più piccolo valore intero k per cui la funzione

$$f(x, y, z) = 4 - \cos(x) + z \log(1 + 5y) + ky^2 + z^2$$

ha in $P := (0, 0, 0)$ un punto stazionario di minimo locale.

3. Detta $y(x)$ la funzione definita implicitamente da $3x^2 - 10y^2 - xy = 0$ e $y(2) = 1$, determinare il valore $y'(2)$.

4. Calcolare l'area della superficie $S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x - z = 5, 4x^2 + y^2 \leq 4\}$.

5. Determinare in quali punti la mappa $\Phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$\Phi(x, y) = (-x^2 + y^2 + 6x, -xy + 3y)$$

non è localmente invertibile.

6. Determinare un potenziale del campo $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x, y) = (6xy - y^2 - 2, 3x^2 - 2xy + 4) .$$

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

1

(a)

2

$$k = 7$$

3

$$y'(2) = \frac{1}{2}$$

4

$$2\pi\sqrt{5}$$

5

(3, 0)

6

$$3x^2y - xy^2 - 2x + 4y$$

(B)

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
SESTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 26.01.15

Nome e cognome

Matricola

1. Sia $f(x, y) := \frac{\sqrt{3 + x^2 + 2y^2}}{x^2 + y^2 - 2}$. Il dominio di definizione di f è
- (a) chiuso e limitato (b) chiuso e non limitato
(c) aperto e limitato (d) aperto e non limitato .

2. Determinare il più grande valore intero k per cui la funzione

$$f(x, y, z) = 2 - \cos(x) - ky \log(1 + z) + \frac{5}{2}y^2 + \frac{1}{2}z^2$$

ha in $P := (0, 0, 0)$ un punto stazionario di minimo locale.

3. Detta $y(x)$ la funzione definita implicitamente da $2x^2 - y^2 + xy = 0$ e $y(1) = 2$, determinare il valore $y'(1)$.
4. Calcolare l'area della superficie $S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 3z = 5, x^2 + 2y^2 \leq 1\}$.
5. Determinare in quali punti la mappa $\Phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$\Phi(x, y) = (x^2 - y^2 + 2y, xy - x)$$

non è localmente invertibile.

6. Determinare un potenziale del campo $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x, y) = (-4xy + y^2 - 1, -2x^2 + 2xy - 3) .$$

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

1

(d)

2

$$k=2$$

3

$$y'(1) = 2$$

4

$$\frac{\pi\sqrt{5}}{3}$$

5

(0,1)

6

$$x^2 y^2 - 2x^2 y - x - 3y$$

8

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
SESTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 26.01.15

Nome e cognome

Matricola

1. Sia $f(x, y) := \frac{\log(x^2 + y^2 - 3)}{x^2 + y^2 + 2}$. Il dominio di definizione di f è
- (a) chiuso e limitato (b) chiuso e non limitato
(c) aperto e limitato (d) aperto e non limitato .
2. Determinare il più piccolo valore intero k per cui la funzione

$$f(x, y, z) = 3 - \cos(x) - y \log(1 + 2z) + 3y^2 + 2kz^2$$

ha in $P := (0, 0, 0)$ un punto stazionario di minimo locale.

3. Detta $y(x)$ la funzione definita implicitamente da $x^2 - 6y^2 + xy = 0$ e $y(2) = 1$, determinare il valore $y'(2)$.
4. Calcolare l'area della superficie $S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 2z = 7, x^2 + 4y^2 \leq 9\}$.
5. Determinare in quali punti la mappa $\Phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$\Phi(x, y) = (x^2 - y^2 + 6y, -xy + 3x)$$

non è localmente invertibile.

6. Determinare un potenziale del campo $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x, y) = (4xy - y^2 - 2, 2x^2 - 2xy + 4) .$$

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

1

(d)

2

$$k=1$$

3

$$y'(2) = \frac{1}{2}$$

4

$$\frac{9\pi\sqrt{5}}{4}$$

5

(0,3)

6

$$2x^2y - xy^2 - 2x + 4y$$

5