RELAZIONE PER LA CONFERMA IN RUOLO

MICHELE GRASSI

1. Posizione

In servizio come ricercatore di Matematica presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa dal 1^o gennaio 2000.

2. Attività didattica

L'attività didattica dei tre anni accademici in analisi, oltre che nello svolgimento di corsi di esercitazioni associati a corsi istituzionali presso i Dipartimenti di matematica e di Informatica dell'università di Pisa, si è svolta tramite l'insegnamento di due corsi avanzati. Nel primo corso, tenutosi nell'anno accademico 2000-2001, si è sviluppata la teoria della omotopia razionale algebrica, seguendo come testo di riferimento le note di cui al punto [4] nell'elenco delle pubblicazioni. Gli esami finali hanno dimostrato un buon livello di assimilazione delle nozioni sviluppate da parte degli studenti, che erano sia del quarto anno del corso di laurea sia di dottorato. Durante l'anno accademico 2001-2002 ha insegnato il corso semestrale di Geometria Algebrica, che dando per assunti (ma richiamando brevemente) i fondamenti della teoria sviluppati da altro docente nel corso di Elementi di Geometria Algebrica, si è rivolto alla introduzione della teoria degli Schemi, secondo le linee indicate nel testo Algebraic Gemetry di K. Ueno. Anche in questo caso gli studenti, prevalentemente del terzo e quarto anno del corso di laurea, hanno dimostrato un buon livello di assimilazione delle nozioni sviluppate.

Elenco dei corsi tenuti nel triennio:

(1) Esercitazioni di Matematica discreta per Informatici, secondo semestre anno accademico 1999-2000
(2) Esercitazioni di Geometria I, corso annuale anno accademico 2000-2001
(3) Corso di Topologia Algebrica, secondo semestre anno accademico 2000-2001
(4) Esercitazioni di Gemetria e Topologia Differenziale, secondo semestre anno accademico 2001-2002
(5) Corso di Geometria Algebrica, secondo semestre anno accademico 2001-2002

Date: Pisa, 20 Febbraio 2003.

3. Attività scientifica

L'attività scientifica di Michele Grassi nel triennio si è sviluppata su tre linee principali: le fasi finali dello studio della comolologia dei sistemi di contatto su varietà lisce (articolo [1]), lo studio della teoria della omotopia razionale algebrica (pubblicazioni [3] e [4]) e lo sviluppo di un approccio geometrico nuovo alla simmetria speculare (pubblicazioni [2], [5] e [6]).

Il primo filone di ricerca è stato sviluppato dal 1996 fino all'estate del 2000, il secondo è stato sviluppato dal 1999 al 2001, mentre il terzo è stato svuluppato a partire dal 1998 ed è tuttora seguito attivamente.

Concentrando questa analisi su quest'ultimo argomento, l'idea di base consiste nell'osservazione che, almeno in alcuni casi significativi, la presenza di una dualità (simmetria speculare) fra certe famiglie di varietà di Calabi-Yau di dimensione complessa n è legata all'esistenza di una famiglia di varietà autoduali di dimensione reale $3n$. Il legame fra queste varietà e i punti limite delle famiglie di varietà di Calabi-Yau è stabilito dalla convergenza nel senso di Gromov-Hausorff (normalizzata) degli elementi della famiglia ai punti limite stessi. Nel caso delle curve ellittiche e delle varietà Kähler-Affini questo approccio funziona senza bisogno di modifiche. Nell'estate del 2002 ha ottenuto di andare in congedo nel primo semestre dell'anno accademico 2002-2003, in seguito alla ammissione come membro del Mathematical Sciences Research Institute (M.S.R.I.) con un progetto di ricerca incentrato sulla ricerca di una costruzione di varietà autoduali in casi in cui non esistono fibrazioni semi-piatte speciali lagrangiane. Durante il periodo a M.S.R.I. ha trovato una costruzione di varietà (debolmente) auto-duali per il caso delle famiglie anticanoniche in spazi proiettivi. Questo è il primo caso non banale, in cui non esistono fibrazioni da cui ottenere direttamente le varietà auto-duali. Nel caso delle famiglie anticanoniche in spazi proiettivi l'oggetto che genera l'interpolazione geometrica è una famiglia bidimensionale di varietà debolmente autodali di dimensione reale $3n + 2$. La costruzione (di tipo torico) utilizzata in questo contesto puo' essere utilizzata per ottenere l'interpolazione anche nel caso di famiglie piu' generali di varietà, associate a poliedri convessi che soddisfano una condizione di finitezza che è banalmente soddisfatta dai poliedri associati alle famiglie anticanoniche negli spazi proiettivi complessi.

L'attività di ricerca in questo settore sta continuando, con lo scopo di ottenere conseguenze coomologiche dall'esitenza di una famiglia interpolante di varietà auto-duali.

Ha partecipato a numerose conferenze internazionali sui temi della algebra omotopica, simmetria speculare, geometria algebrica e temi collegati.

Elenco pubblicazioni del triennio

(1) M. Grassi, **Local Vanishing of Characteristic Cohomology**, Duke Math. Journal 102 n. 2, 307-328 (2000)
(2) M. Grassi, **Polysymplectic spaces, s-Kähler manifolds and lagrangian fibrations**, math.DG/0006154 (2000)
(3) M. Grassi, **Rational homotopy and deformation theory**, capitolo in Seminari di Geometria Algebrica del Dipartimento di Matematica Guido Castelnuovo 2000/2001, pag. 54-67, (2001)
(4) M. Grassi, **Lectures on rational homotopy theory**, preprint, usato come testo per il corso di Topologia Algebrica tenuto presso il dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa nell'anno accademico 2000-2001, (2001)
(5) M. Grassi, **Mirror Symmetry and Self-dual manifolds**, math.DG/0202016 (2002)
(6) M. Grassi, **Self-dual manifolds and mirror symmetry for the quintic threefold**, math.AG/0301014 (2003)

Elenco dei principali seminari tenuti nel triennio

(1) **Teoria delle deformazioni e tipo di omotopia razionale I**, seminario tenuto nel gennaio 2001 presso il dipartimento di matematica dell'Università di Roma 1 La Sapienza
(2) **Teoria delle deformazioni e tipo di omotopia razionale II**, seminario tenuto nel gennaio 2001 tenuto presso il dipartimento di matematica dell'Università di Roma 1 La Sapienza
(3) **Self-dual manifolds**, seminario tenuto nell'estate del 2001 presso il Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO) in Oberworfach, Germania.
(4) **Simmetria speculare e varieta' autoduali**, seminario tenuto nell'estate del 2002 presso il dipartimento di matematica dell'Università di Roma 1 La Sapienza
(5) **An introduction to mirror symmetry and self-dual manifolds**, seminario tenuto nell'autunno del 2002 presso il Mathematical Sciences Research Institute (M.S.R.I.) di Berkeley, California

4. Descrizione delle pubblicazioni

(1) In questo articolo si prende in considerazione la teoria dei sistemi differenziali esterni su varietà differenziali. Si sviluppa in particolare una teoria omologica al fine di dimostrare una congettura di Phillip Griffiths sull'annullamento locale della coomologia del cosiddetto sistema caratteristico, all'interno di un intervallo di valori (ottimale) per il grado coomologico. La teoria sviluppata estende all'algebra esterna e ad un quoziente dell'algebra dei polinomi alcune tipologie di risultati simili alla regolarità per l'anello dei polinomi. Si comincia anche lo studio

del primo grupo di coomologia che non si annulla, ed è in generale di dimensione infinita. I futuri sviluppi della teoria, sulla base dei risultati dimostrati nell'articolo, dovrebbero includere sia uno studio piu' approfondito del primo gruppo che non si annulla (il gruppo delle leggi di conservazione), sia l'estensione del risultato di annullamento a sistemi differenziali di tipo geometrico piu' generali.

(2) In questo articolo si pongono le fondamenta per la teoria delle varietà polisimplettiche e s-Kähler. La teoria delle varietà polisimplettiche generalizza in modo naturale quella delle varietà simplettiche, nella linea della ricerca di una generalizzazione alle equazioni alle derivate parziali dell'approccio geometrico costituito dallo spazio delle fasi. Dopo avere stabilito i fatti fondamentali, si dimostra in questa direzione come un sistema di equazioni alle derivate parziali associato ad una lagrangiana dia luogo ad una generalizzazione della trasformata di Legendre e, in caso di non degenericità, anche ad un sistema di equazioni di tipo Hamilton. L'articolo studia poi la interazione delle strutture simplettiche con le metriche Riemanniane, e dimostra che molti fatti veri nel caso simplettico continuano ad essere veri nel caso polisimplettico, sebbene necessitino di dimostrazioni qualitativamente diverse. Si generalizza poi la nozione di varietà di Kähler, e si dimostrano alcune conseguenze omologiche molto stringenti di questa generalizzazione. In particolare la teoria di Hodge e i teoremi di Lefschetz ammettono generalizzazioni naturali.

(3) In questo articolo si analizza il contenuto dell'articolo di S. Halperin e J. Stasheff, *Obstructions to homotopy equivalences*, Adv. in Math. 32 (1979) e dell'articolo di M. Shlessinger e J. Stasheff, *Deformation theory and Rational homotopy type*, preprint. Lo scopo di questo lavoro è di esporre e dimostrare (in alcuni casi con dimostrazioni alternative rispetto a quelle originali) i risultati piu' importanti degli articoli citati, evitando di menzionarne le possibili applicazioni, in modo da ottenere una esposizione il piu' possibile lineare ed accessibile. In questa ottica si è anche cercato di rendere il lavoro il piu' possibile indipendente da riferimenti esterni, in modo che possa essere utilizzato anche come riferimento per i lettori interessati a leggere i lavori originali sopra citati.

(4) In queste note si sviluppa la teoria della omotopia razionale dal punto di visto algebrico. Dopo alcune premesse di tipo generale relative alla omotopia per complessi simpliciali e per CW-complessi, si sviluppa dalle basi la teoria della omotopia per algebre differenziali graduate. Si dimostra in questo contesto il teorema di annullamento della comologia sul simplesso standard

(lemma di Poincarè algebrico). Le note possono essere utilizzate per un corso semestrale avanzato o per un corso di dottorato di introduzione alla omotopia razionale.

(5) In questo articolo si sviluppa la teoria delle varietà autoduali, che ha il suo fondamento in quella delle varietà polisimplettiche e quelle s-Kähler, sviluppata nell'articolo [1]. Si dimostra poi che la nozione di varietà autoduale puo' essere utilizzata per un approccio alternativo alla simmetria speculare nel caso delle curve ellittiche e nel caso delle varietà Kähler-affini. Dopo avere brevemente ricordato la teoria delle varietà polisimplettiche e quella delle varietà s-Kähler, si studia una rappresentazione naturale dell'algebra $\mathbf{sl}(4,\mathbb{R})$ sulla coomologia di una varietà 2-Kähler.

(6) In questo articolo, scritto durante il periodo di soggiorno al M.S.R.I., si dimostra che la teoria delle varietà autoduali puo' essere utilizzata per un approccio alternativo alla simmetria speculare nel caso delle famiglie anticanoniche negli spazi proiettivi complessi. Si dimostra in particolare l'esistenza di una famiglia bidimensionale di varietà debolmente auto-duali (WSD) che contiene due punti speciali nel suo bordo, uno associato al limite di struttura di Kähler grande e l'altro associato ad un limite di struttura complessa grande per la famiglia canonica e per la sua duale. Il concetto di bordo e di limite sono quelli associati alla distanza di Gromov-Hausdorff. La costruzione della famiglia di varietà WSD è di tipo torico, e ha come dati iniziali i poliedri associati alla famiglia anticanonica e alla sua famiglia duale.