

Corsi di Laurea in INGEGNERIA CHIMICA ed
INGEGNERIA NUCLEARE E DELLA SICUREZZA E
PROTEZIONE

CALCOLO NUMERICO (6 CFU)

Docente: Cecilia Magherini

PROGRAMMA:

ERRORI ED ARITMETICA FINITA: Errore assoluto ed errore relativo. Tipologie di errore: errore di discretizzazione, convergenza e *round-off*. Numeri di macchina. Rappresentazione mediante troncamento ed arrotondamento. Precisione di macchina. *Overflow* ed *underflow*. Aritmetica finita. Condizionamento di un problema. Condizionamento delle quattro operazioni algebriche fondamentali. Cancellazione numerica.

EQUAZIONI NON LINEARI: Il metodo di bisezione, criteri di arresto, condizionamento del problema ed ordine di convergenza. Il metodo di Newton: convergenza locale ed ordine di convergenza quadratico per radici semplici. Il caso di radici multiple: convergenza lineare e ripristino dell'ordine quadratico per i casi di molteplicità esatta nota a priori o non conosciuta (metodo di accelerazione di Aitken). Metodi quasi-Newton.

SISTEMI LINEARI e NON LINEARI: Casi semplici. Fattorizzazione LU: esistenza, unicità e costo computazionale. Matrici a diagonale dominante. *Pivoting*. Condizionamento di un sistema lineare quadrato. Risoluzione di sistemi lineari sovradeterminati. Fattorizzazione QR: il metodo di Householder.
Il metodo di Newton per sistemi di equazioni non lineari (cenni).

APPROSSIMAZIONE DI FUNZIONI: Interpolazione polinomiale: esistenza ed unicità del polinomio interpolante. Forma di Lagrange e di Newton. Differenze divise: proprietà ed algoritmo per il loro calcolo. Algoritmi di Horner ed Horner generalizzato per la valutazione di un polinomio. Analisi dell'errore nella approssimazione di funzione mediante interpolazione polinomiale. Ascisse di Chebyshev. Analisi del condizionamento del problema del calcolo del polinomio interpolante.
Approssimazione di funzioni ai minimi quadrati nel discreto.

INTEGRAZIONE NUMERICA: Formule di quadratura di tipo interpolatorio. Metodi del rettangolo. Formule di Newton-Cotes: i metodi dei trapezi e di Simpson semplici. Analisi del corrispondente errore. Grado di precisione di una formula di quadratura e formule gaussiane (cenni). Analisi del condizionamento di un integrale definito e di una formula di quadratura. Metodi dei trapezi e di Simpson composti e relativa analisi dell'errore.

METODI NUMERICI PER EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE:

Metodi ad un passo. Errore globale di discretizzazione e metodo convergente. Errore locale di troncamento. Consistenza, ordine di accuratezza e stabilità di un metodo. Teorema di convergenza. I metodi di Eulero esplicito, implicito e dei trapezi. Metodi Runge-Kutta: tavola di Butcher, metodi espliciti, impliciti e semi-impliciti. Analisi lineare di stabilità. Metodi A -stabili, perfettamente A -stabili ed $A(\alpha)$ -stabili. Problemi *stiff*.

Metodi lineari a più passi. Errore globale di discretizzazione e metodo convergente. Errore locale di troncamento. Consistenza, ordine di accuratezza e 0-stabilità di un metodo. Teorema di convergenza e prima barriera di Dahlquist. Famiglie di metodi: Adams-Bashforth, Adams-Moulton e Backward Differentiation Formulae (cenni). Analisi lineare di stabilità e seconda barriera di Dahlquist.

Testi consigliati:

- L. Brugnano, C. Magherini, A. Sestini. Calcolo Numerico: seconda edizione ampliata e corretta. Master Università e Professioni, Firenze, 2010.
- P. Ghelardoni, G. Gheri, P. Marzulli. Elementi di Calcolo Numerico. Dispense disponibili in rete al seguente indirizzo:
<http://users.dma.unipi.it/ghelardoni>.

Modalità di esame:

- **Prova Orale:** oltre a tutti gli argomenti svolti a lezione sarà discusso un elaborato realizzato dallo studente.