ANNO ACCADEMICO 2005/2006

CORSO di LAUREA in FISICA

GEOMETRIA II

Secondo compitino 26/5/2006

Esercizio 1.

Trovare tutte le possibili forme canoniche di Jordan per una $f \in$End$(\mathbb{C}^5)$ tale che: non esistano due autospazi di f della stessa dimensione, il polinomio minimo di f abbia grado 4 ed esista un $k > 1$ per cui $\dim(\mathrm{Ker}(f - id)^k) = \dim(\mathrm{Ker}(f + id)^k) = 2$.

Esercizio 2.

Fissata una base $\{v, w\}$ di R^2 e $p_1 \in \mathbb{R}^2$, siano $p_2 = p_1 + v$, $p_3 = p_1 + 2v$, $p_4 = p_1 + 3v$, $q_1 = p_1 + w$, $q_2 = p_4 - w$. Sia $T \subset \mathbb{R}^2$ l'insieme dei punti dei segmenti di estremi p_1 e p_4, p_1 e q_1, p_4 e q_2, p_2 e q_1, p_3 e q_2. Sia $L \subset \mathbb{R}^2$ una retta affine e $p'_1, p'_2, p'_3, p'_4 \in L$ quattro punti distinti. Sia $w' \in \mathbb{R}^2$, $w' \notin$Giac(L), e siano $q'_1 = p'_1 + \alpha w'$, $q'_2 = p'_4 + \beta w'$ con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Sia $T' \subset \mathbb{R}^2$ l'insieme dei punti dei segmenti di estremi p'_1 e p'_4, p'_1 e q'_1, p'_4 e q'_2, p'_2 e q'_1, p'_3 e q'_2.

Dare condizioni su L, p'_1, p'_2, p'_3, p'_4, w', α, β per cui esista una affinità $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $F(T) = T'$.

Esercizio 3.

Siano $P_1, P_2, P_3, P_4 \in \mathbb{R}^2$ i vertici di un quadrato e sia S l'insieme delle coniche di $\mathbb{R}^2$ passanti per P_1, P_2, P_3 e P_4.

1) Dimostrare che ogni $C \in S$ è a centro.

2) Dimostrare che esiste un punto $P \in \mathbb{R}^2$ che è centro per tutte le coniche in S.

3) Dimostrare che esistono due rette affini che sono assi di simmetria per tutte le coniche in S.