

ANNO ACCADEMICO 2007/2008
CORSO di LAUREA in FISICA
GEOMETRIA I - Secondo compito 19/12/2007

Esercizio 1

Dire per quali valori del parametro reale h la matrice di ${}_4\mathbb{R}_4$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & h-1 & -1 & h-2 \\ 1+h & -1 & h+1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & h-2 & 2 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile.

Esercizio 2

Sia $V = {}_2\mathbb{R}_2$ lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 a coefficienti reali e sia W il sottospazio di V formato dalle matrici diagonali. Costruire su V un prodotto scalare di rango 2 tale che $\dim W^\perp = 3$.

Esercizio 3

Per ciascuna delle seguenti affermazioni, dire se è vera o falsa motivando adeguatamente la risposta:

- (1) Sia W un sottospazio di uno spazio vettoriale V di dimensione finita e sia ϕ un prodotto scalare non degenere su V . Allora $(W^\perp)^\perp = W$.
- (2) Le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sono simili.

Durata: 2 ore.

Scrivere su tutti i fogli nome e numero di matricola.