

I APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. dell'Energia

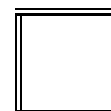
A.A. 2008/2009, 26 Gennaio 2009

Tema 1

COGNOME E NOME:

MATRICOLA: SQUADRA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



N.B. *Gli esercizi n. 4,5,6 sono relativi alla* **SECONDA PROVA PARZIALE.**

ESERCIZIO 1. [4.5 punti] Calcolare il limite

$$\ell \doteq \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\exp \left(\frac{n+2}{3n+5} \right) - \exp \left(\frac{1}{3} \right) \right).$$

Determinare lo sviluppo asintotico di $\left(e^{\frac{n+2}{3n+5}} - e^{\frac{1}{3}} \right)$:

(Se esiste)

$$\ell =$$

ESERCIZIO 2. [4.5 punti] Studiare il carattere (la convergenza) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^n (2+n)}{n^2}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 3. [9 punti] Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = e^{-x|x|} \sqrt{2x^2 - 1}.$$

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali ed obliqui.

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f .

- (v) Determinare l'immagine di f :

$$\text{Im}(f) =$$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [4 punti] Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_{-1}^0 \exp(\sqrt{x+1}) dx$$

esplicitando i passaggi principali ed i metodi di risoluzione utilizzati.

ESERCIZIO 5. [7 punti] Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$\dot{y} - y \ln x - e^{x(\ln x - 1)} = 0 \quad x > 0. \quad (1)$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \varphi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione differenziale lineare omogenea associata a (1)

$$\varphi_c(x) =$$

- (ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \psi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione completa (1)

$$\psi_c(x) =$$

- (iii) Determinare la soluzione $x \mapsto \psi(x)$, $x > 0$, del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} - y \ln x - e^{x(\ln x - 1)} = 0, \\ y(1) = e^{-1}, \end{cases}$$

$$\psi(x) =$$

ESERCIZIO 6. [7 punti] Si consideri la funzione definita da

$$f(x, y) = \frac{xy}{1 - x^2 + y^2}.$$

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Calcolare le derivate parziali della funzione

$$f_x(x, y) =$$

$$f_y(x, y) =$$

e determinare eventuali punti critici di f :

- (iii) Calcolare la matrice Hessiana nei punti critici e determinare la natura dei punti critici di f .

- (iv) Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 1, 1)$: