

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Prima parte, Tema A**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
1 marzo 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

RISPOSTE:

	A	B	C	D	E
1			X		
2	X				
3			X		
4	X				
5				X	
6		X			
7		X			
8	X				
9	X				
10				X	

**Prima parte, Tema A**

- 1) Sia  $f(x) = \log(x)^{\log(x)}$ , allora  $f'(x)$  vale  
 A:  $\frac{2\log(x)}{x}f(x)$     B:  $\frac{\log(x)}{x}$     C: N. A.    D:  $e^{\log(x)\log(x)}$     E:  $\frac{\log(x)e^{\log(x)}}{x}$

- 2) L'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(x)}{x^a} dx$$

converge se e solo se

- A:  $a > 1$     B:  $a > 0$     C:  $a < 1$     D: per qualunque  $a$     E: N. A.  
 3) Sia  $z = 3e^{i\pi/6}$ . Allora  $1/z$  vale  
 A:  $\frac{e^{-i\pi/6}}{9}$     B:  $e^{-i\pi/6}$     C:  $\frac{e^{-i\pi/6}}{3}$     D:  $\frac{e^{i\pi/6}}{9}$     E: N. A.

- 4) Il minimo dell'insieme

$$(-1, 1) \cup \left\{ \frac{3}{2} \sin(x) : x \in \mathbb{R} \right\}$$

è uguale a

- A:  $-3/2$     B: non esiste    C: N. A.    D:  $-1$     E:  $-\infty$   
 5) La serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{(n+1)!}$$

- A: converge a 1    B: converge a  $e^3/3$     C: diverge    D: N. A.  
 E: ha raggio di convergenza 1  
 6) La funzione  $f(x) = |x^3|$   
 A: non è derivabile    B: è convessa    C: N. A.    D: è derivabile solo su  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$   
 E: è discontinua in  $x = 0$   
 7) La successione

$$a_n = \frac{(n!)^2}{n^n}$$

- A: converge a 0    B: diverge    C: converge a  $e^{-2}$     D: N. A.    E: è limitata  
 8) L'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{3x^2 + 2x}{x^3 + x^2} dx$$

- A: diverge    B: vale  $\log(3)$     C: N. A.    D: vale 0    E: vale  $\arctan(1)$   
 9) L'equazione  $y''(x) + y'(x) = x$  con dato iniziale  $y(0) = 0$   
 A: ammette infinite soluzioni    B: ammette due soluzioni  
 C: ammette una sola soluzione    D: N. A.    E: non ha soluzioni  
 10) La funzione  $f(x) = x^2 - \sin(x)$ , per  $x$  che tende a 0,  
 A: è un  $o(x)$     B: è un  $o(x^2)$     C: N. A.    D: è un  $o(1)$     E: è un  $o(\sin(x))$

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Prima parte, Tema B**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
1 marzo 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

RISPOSTE:

	A	B	C	D	E
1				X	
2	X				
3				X	
4	X				
5	X			X	
6	X				
7			X		
8		X			
9		X			
10			X		

**Prima parte, Tema B**

- 1) Sia  $f(x) = \pi^{x^3}$ . La derivata di  $f$  vale  
 A:  $\pi^{x^3}$     B:  $3x^2\pi^{x^3}$     C: N. A.    D:  $3x^2 \log(\pi)\pi^{x^3}$     E:  $3x^2 \log(\pi)e^{x^3}$
- 2) Il dominio della funzione  $\log(\max\{1, x\})$  è  
 A:  $\mathbb{R}$     B: N. A.    C:  $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$     D:  $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$     E:  $[1, \infty)$
- 3) La funzione  $f(x) = \log^2(1+x) - x$ , per  $x$  che tende a 0  
 A: è un  $o(x)$     B: è un  $o(x^2)$     C: N. A.    D: è un  $o(1)$     E: è un  $o(\sin(x))$
- 4) l'integrale

$$\int_0^1 \frac{4x^3 + 2}{x^4 + 2x} dx$$

- A: diverge    B: vale  $\log(3)$     C: N. A.    D: vale 0    E: vale  $\arctan(1)$

- 5) La successione  $\frac{(n!)}{n^n}$   
 A: converge a 0    B: diverge    C: converge a  $e^{-1}$     D: N. A.    E: è limitata
- 6) L'equazione  $y''(x) + y(x) = x$   
 A: ammette infinite soluzioni    B: ammette una sola soluzione    C: non ha soluzioni  
 D: N. A.    E: non ha soluzioni polinomiali
- 7) L'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \log(1+x^a) dx$$

converge se e solo se

- A:  $a < 1$     B:  $a < 0$     C:  $a < -1$     D: per qualunque  $a$     E: N. A.

- 8) Il minimo dell'insieme

$$(-2, 2) \cup \left\{ \frac{3}{2} \sin(x) : x \in \mathbb{R} \right\}$$

è

- A:  $-3/2$     B: non esiste    C: N. A.    D:  $-1$     E:  $-\infty$

- 9) La serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n-1)!}$$

- A: converge a 1    B: converge a  $3e^3$     C: diverge    D: N. A.  
 E: ha raggio di convergenza 1

- 10) Sia  $z = 3e^{-i\pi/6}$ , allora  $1/z$  vale

- A:  $\frac{e^{-i\pi/6}}{9}$     B:  $e^{i\pi/6}$     C:  $\frac{e^{i\pi/6}}{3}$     D:  $\frac{e^{-i\pi/6}}{3}$     E: N. A.

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Seconda parte, Tema A**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
1 marzo 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

E.1 Al variare di  $x \in \mathbb{R}$ , discutere il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{n=\infty} \frac{(\cos(x))^n}{n \log(n)}$$

E.2 Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) - y(x) = e^x.$$

E.3 Dire, giustificando la risposta, per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x} - \sqrt{\sin(x)}}{x^\alpha} dx .$$

E.4 Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2}$$

e disegnarne il grafico.

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Seconda parte, Tema A**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
1 marzo 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

E.1 Al variare di  $x \in \mathbb{R}$ , discutere il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \log\left(1 + \frac{1}{n}\right) (\sin(x))^n$$

E.2 Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + y(x) = x .$$

E.3 Dire, giustificando la risposta, per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x} - \sqrt{\log(1+x)}}{x^\alpha} dx.$$

E.4 Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^3}$$

e disegnarne il grafico.