

**Corso di Analisi Matematica I**  
Anno Accademico 2019-2020  
**SECONDA PROVA SCRITTA IN ITINERE**  
Pisa, 20.12.19

Nome e cognome

Matricola

1. Dire per quali valori reali di  $\alpha$  la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} k^{\alpha}}{3 + k^{\alpha}}$$

è convergente.

2. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k e^k} .$$

3. Sia  $f : [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \int_2^{e^x} \frac{1}{\log t} dt .$$

Calcolare  $f'(x)$ .

4. Calcolare

$$\int_{-1}^3 \frac{1}{1 + 2\sqrt{x+1}} dx .$$

5. Calcolare

$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{dx}{\tan x \sqrt{\sin x}} .$$

6. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = -tu^2 \\ u(0) = 1 \end{cases} .$$

7. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u' = -tu + 2t .$$

8. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u'' - 2\sqrt{5}u' + 10u = 0$$

tali che  $u(0) = 0$ .

**Durante il test è vietato l'uso di qualsiasi apparecchiatura elettronica.  
L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento  
della prova.**