

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2018-2019
QUARTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 12.09.19

Nome e cognome

Matricola

1. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 1, y \in \mathbb{R}\}$ e sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = y - \log_x(1 + x^y) .$$

- (a) Calcolare $\sup_A f$ e $\inf_A f$.
(b) Provare che NON esiste il

$$\lim_{(x,y) \rightarrow \infty} f(x, y) .$$

- (c) Dimostrare che f non ha né massimi né minimi locali.
(d) Calcolare $\max_Q f$ e $\min_Q f$ dove

$$Q = \{(x, y) \in A \mid 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 0\} .$$

2. Sia $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 \leq x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$.

- (a) Calcolare il volume di Ω .
(b) Calcolare

$$\iiint_{\Omega} \frac{z}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz .$$

3. Sia $\mathbf{r} : [\pi/4, 5\pi/4] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da

$$\mathbf{r}(t) = (2t, \cos t - \sin t)$$

e sia A la regione del piano racchiusa tra il suo sostegno e l'asse delle x .

- (a) Calcolare l'area di A .
(b) Calcolare

$$\iint_A (x - 2y) dx dy .$$

(c) Calcolare il lavoro lungo la curva \mathbf{r} del campo $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\mathbf{F}(x, y) = (xy, 2xy) .$$