

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II  
Anno Accademico 2018-2019  
QUARTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II  
Pisa, 12.09.19

Nome e cognome

Matricola

1. Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 1, y \in \mathbb{R}\}$  e sia  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = y - \log_x(1 + x^y) .$$

(a) Calcolare  $\sup_A f$  e  $\inf_A f$  .

(b) Provare che NON esiste il

---

$$\lim_{(x, y) \rightarrow \infty} f(x, y) .$$

(c) Dimostrare che  $f$  non ha né massimi né minimi locali.

(d) Calcolare  $\max_Q f$  e  $\min_Q f$  dove

$$Q = \{(x, y) \in A \mid 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 0\} .$$

2. Sia  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 \leq x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$  .

(a) Calcolare il volume di  $\Omega$  .

(b) Calcolare

$$\iiint_{\Omega} \frac{z}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz .$$

3. Sia  $\mathbf{r} : [\pi/4, 5\pi/4] \rightarrow \mathbb{R}^2$  la curva definita da

$$\mathbf{r}(t) = (2t, \cos t - \sin t)$$

e sia  $A$  la regione del piano racchiusa tra il suo sostegno e l'asse delle  $x$  .

(a) Calcolare l'area di  $A$ .

(b) Calcolare

$$\iint_A (x - 2y) dx dy .$$

(c) Calcolare il lavoro lungo la curva  $\mathbf{r}$  del campo  $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da

$$\mathbf{F}(x, y) = (xy, 2xy) .$$