Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2018-2019

TERZA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 15.07.19

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2 > 0\}$ e sia $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y,z) = x + y + z + \log\left(\frac{x^2+y^2}{1+z^2}\right) .$$

(a) Calcolare $\sup_A f$ e $\inf_A f$.

(b) Individuare i punti stazionari di f e scriverne la relativa matrice hessiana.

(c) Dimostrare che f non ha né massimi né minimi locali.

(d) Dato il vincolo B contenuto in A

$$B = \{(x,y,z)) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2-z^2 = 1 ,\ |z| \le \sqrt{3}\}$$

calcolare $\max_B f$ e $\min_B f$.

2. Sia Σ la superficie ottenuta ruotando intorno all'asse z la curva nel piano x, z di equazione $x + z = 3$ per $z \in [0, 2]$.

(a) Scrivere una parametrizzazione per Σ mostrandone la regolaritá.

(b) Calcolare l'integrale di superficie

$$\int_\Sigma (x^2+y^2)\, dS .$$

3. Sia γ_1 il sostegno della curva espressa in coordinate polari dall'equazione $\rho = \theta$, $\theta \in [0, 2\pi]$ e γ_2 il segmento di estremi $(0,0)$, $(2\pi, 0)$.

(a) Mostrare che $\gamma_1 \cup \gamma_2$ è il sostegno di una curva chiusa, regolare a tratti.

(b) Calcolare l'area della regione D che ha per frontiera $\gamma_1 \cup \gamma_2$.

(c) Sia poi $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2+y^2}} .$$

Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma_1 \cup \gamma_2} f(s)\, ds .$$