

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta parziale n.3 del 7 febbraio 2006

1. (punti 9)

Data la funzione

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{|t^2 - 1|}},$$

provare che è integrabile in un intorno di 1 e di -1 e che non lo è in alcun intorno di $+\infty$ e di $-\infty$.

Utilizzare queste informazioni per studiare la funzione integrale

$$F(x) = \int_x^{2x} \frac{dt}{\sqrt[4]{|t^2 - 1|}}$$

e tracciarne il grafico. Lo studio della derivata seconda non è richiesto.

N.B.: la seconda parte del problema può essere svolta anche senza aver dimostrato i risultati della prima parte.

2. (punti 8)

Risolvere l'equazione differenziale $\int_0^{\pi/4} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1 - \operatorname{tg} x} dx$ (per $|y| \leq 1$) precisando

l'insieme di definizione delle varie soluzioni e tracciando il grafico di alcune di questa.

3. (punti 8)

Provare che l'integrale $\int_0^{\pi/4} \frac{\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} dx$ non esiste:

(i) utilizzando un criterio a priori

(ii) calcolandolo esplicitamente.

4. (punti 7)

Risolvere l'equazione differenziale $y'''(x) + y'(x) = 4x \operatorname{sen} x$.