

## Istituzioni di Matematica I – Appello #1 del 15/01/2021 [ A ]

1. punti 6

La regione di piano comune ai due cerchi di raggio 1 e centri rispettivamente in  $(1, 0)$  e  $(0, 1)$  ruota attorno all'asse delle  $y$ ; calcolare il volume della regione di spazio così ottenuta.

2. punti 8

Risolvere l'equazione  $y' = y^2 / x^2$ , precisando il dominio di definizione delle soluzioni e tracciare il grafico di qualche soluzione significativa.

Provare che l'insieme delle soluzioni è simmetrico rispetto all'origine; questo permette di ridurre opportunamente il dominio in cui studiare l'equazione.

Dire se esistono soluzioni prolungabili in  $x = 0$  e, in caso affermativo, se questi prolungamenti sono anche derivabili nel punto.

3. punti 8

Studiare la funzione  $f(x) = \log \left| \frac{x+1}{x-1} \right| - \frac{1}{x}$  e tracciarne il grafico.

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

Precisare eventuali simmetrie.

4. punti 3

Studiare la successione definita per ricorrenza da:

$$\begin{cases} x_1 = 1/2 \\ x_{n+1} = \frac{1}{2} x_n e^{x_n}, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

## Istituzioni di Matematica I – Appello #1 del 15/01/2021 [ B ]

1. punti 6

La regione di piano comune ai due cerchi di raggio 1 e centri rispettivamente in  $(0, 0)$  e  $(1, 1)$  ruota attorno all'asse delle  $y$ ; calcolare il volume della regione di spazio così ottenuta.

2. punti 9

Risolvere l'equazione  $y' = -y^2 / x^2$ , precisando il dominio di definizione delle soluzioni e tracciare il grafico di qualche soluzione significativa.

Provare che l'insieme delle soluzioni è simmetrico rispetto all'origine; questo permette di ridurre opportunamente il dominio in cui studiare l'equazione.

Dire se esistono soluzioni prolungabili in  $x = 0$  e, in caso affermativo, se questi prolungamenti sono anche derivabili nel punto.

3. punti 9

Studiare la funzione  $f(x) = \log \left| \frac{1-x}{1+x} \right| + \frac{1}{x}$  e tracciarne il grafico.

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

Precisare eventuali simmetrie.

4. punti 3

Studiare la successione definita per ricorrenza da:

$$\begin{cases} x_1 = 1/4 \\ x_{n+1} = \frac{1}{2} x_n e^{x_n}, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

## Istituzioni di Matematica I – Appello #1 del 15/01/2021 [ C ]

1. punti 6

La regione di piano comune ai due cerchi di raggio 1 e centri rispettivamente in  $(0, 0)$  e  $(1, -1)$  ruota attorno all'asse delle  $y$ ; calcolare il volume della regione di spazio così ottenuta.

2. punti 9

Risolvere l'equazione  $y' = 4y^2/x^2$ , precisando il dominio di definizione delle soluzioni e tracciare il grafico di qualche soluzione significativa.

Provare che l'insieme delle soluzioni è simmetrico rispetto all'origine; questo permette di ridurre opportunamente il dominio in cui studiare l'equazione.

Dire se esistono soluzioni prolungabili in  $x = 0$  e, in caso affermativo, se questi prolungamenti sono anche derivabili nel punto.

3. punti 9

Studiare la funzione  $f(x) = \log \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + \frac{1}{x}$  e tracciarne il grafico.

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

Precisare eventuali simmetrie.

4. punti 3

Studiare la successione definita per ricorrenza da:

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_{n+1} = \frac{1}{2} x_n e^{x_n}, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

## Istituzioni di Matematica I – Appello #1 del 15/01/2021 [ D ]

1. punti 6

La regione di piano comune ai due cerchi di raggio 1 e centri rispettivamente in  $(0, -1)$  e  $(1, 0)$  ruota attorno all'asse delle  $y$ ; calcolare il volume della regione di spazio così ottenuta.

2. punti 9

Risolvere l'equazione  $y' = -4y^2/x^2$ , precisando il dominio di definizione delle soluzioni e tracciare il grafico di qualche soluzione significativa.

Provare che l'insieme delle soluzioni è simmetrico rispetto all'origine; questo permette di ridurre opportunamente il dominio in cui studiare l'equazione.

Dire se esistono soluzioni prolungabili in  $x = 0$  e, in caso affermativo, se questi prolungamenti sono anche derivabili nel punto.

3. punti 9

Studiare la funzione  $f(x) = \log \left| \frac{1+x}{1-x} \right| - \frac{1}{x}$  e tracciarne il grafico.

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

Precisare eventuali simmetrie.

4. punti 3

Studiare la successione definita per ricorrenza da:

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_{n+1} = \frac{1}{2} x_n e^{x_n}, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$