

Calcolo differenziale – esercizi proposti N. 1

1. Calcolare la derivata delle seguenti funzioni

- |                                    |  |                          |                          |
|------------------------------------|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. $\text{sen}(x^2)$               | 2. $(\text{sen } x)^2$                             | 3. $\log \cos x$         | 4. $\log  \log x $       |
| 5. $\frac{\log x - 1}{\log x + 1}$ | 6. $ x  \text{sen } x$                             | 7. $ x^2 - 1 $           | 8. $\arccos(1/x)$        |
| 9. $\frac{x}{\sqrt{x+1}}$          | 10. $\frac{\text{sen } x}{\text{sen } x + \cos x}$ | 11. $\sqrt{1 + e^{1/x}}$ | 12. $\arcsen \sqrt{4-x}$ |

2. Calcolare la derivata delle seguenti funzioni

- |                                       |   |                                |                           |
|---------------------------------------|---|--------------------------------|---------------------------|
| 1. $\log \frac{x+1}{x-1}$             | 2. $\log  \text{tg } x $                            | 3. $\sqrt{1 + \text{sen } 2x}$ | 4. $x + \sqrt{ x^2 - 1 }$ |
| 5. $\text{tg}(x + \text{arctg } 1/x)$ | 6. $\arcsen \frac{2x}{1+x^2}$                       | 7. $\exp(1/\log x)$            | 8. $\exp x/(x-1) $        |
| 9. $\exp(\sqrt{ 1-x^2 })$             | 10. $\text{arctg} \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$ | 11. $x^{\sqrt{x}}$             | 12. $(1+1/x)^x$           |

3. Calcolare derivata prima e seconda delle seguenti funzioni

- |                  |                               |                     |                          |
|------------------|-------------------------------|---------------------|--------------------------|
| 1. $\exp(1/x)$   | 2. $\arcsen(2x)$              | 3. $x \log x$       | 4. $\text{sen} x $       |
| 5. $\log \cos x$ | 6. $ \text{sen } x  + \cos x$ | 7. $\sqrt{ 1-x^2 }$ | 8. $\frac{ x +1}{ x -1}$ |

4. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni nei punti indicati oppure precisare che tale retta non esiste

- |  |  |
|--|--|
| 1. $\text{sen}^2 x - \cos x$ , $x_0 = \pi/2$   | 2. $\log(2x-1)$ , $x_0 = 3/2$  |
| 3. $ x^2 - 4 $ , $x_0 = 2$   | 4. $\arcsen(x/2)$ , $x_0 = 2$  |
| 5. $\sqrt{ x+3 }$ , $x_0 = -3$   | 6. $ x /(x+1)$ , $x_0 = 1$   |
| 7. $\begin{cases} \cos x & \text{per } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$ , $x_0 = 0$ | 8. $\begin{cases} \text{sen } x & \text{per } x < 0 \\ a & \text{per } x = 0 \\ \text{arctg } x & \text{per } x > 0 \end{cases}$ , $x_0 = 0$ |

5. Scrivere il differenziale delle seguenti funzioni nei punti indicati

- |                                      |                                  |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| 1. $\sqrt{x^2+1}$ , $x_0 = 2$        | 2. $\log \cos x$ , $x_0 = \pi/3$ |
| 3. $\text{sen}^2 2x$ , $x_0 = \pi/6$ | 4. $\sqrt[3]{x}$ , $x_0 = 0$     |

6. Utilizzare il differenziale di una funzione in un punto opportuno per approssimare il valore delle seguenti espressioni

- |               |                           |
|---------------|---------------------------|
| 1. $(2.01)^3$ | 2. $\text{sen } 31^\circ$ |
| 3. $1/1.01$   | 4. $\sqrt[3]{70}$         |

7. Data una funzione  $f(x)$ ,  $x \in I$  derivabile, dire in quali punti  $x \in I$  anche la funzione  $|f(x)|$  è sicuramente derivabile e in quali potrebbe non esserlo. Fornire degli esempi.

8. Data una funzione  $f(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  derivabile, provare che

(i) se  $f$  è pari (risp. dispari), allora  $f'$  è dispari (risp. pari)

(ii) se  $f$  è dispari, allora  $f(0) = 0$

(iii) se  $f$  è dispari (risp. pari), allora nel punto  $x_0$  le derivate di ordine pari (risp. dispari) sono nulle.

9. Trovare in quali punti  $x_0$  la retta tangente al grafico della funzione  $f(x)$  verifica la condizione richiesta

1.  $|\log x|/x$ , parallela all'asse  $x$

2.  $(x^2 + 1)/(x + 2)$ , parallela alla retta  $y = 5 - x$

3.  $\sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$ , parallela all'asse  $y$

4.  $x^2$ , passante per  $P = (1, -3)$

10. Due curve si dicono tangenti (risp.: normali) in un punto se in questo punto si intersecano ed hanno la stessa tangente (risp.: tangenti tra loro perpendicolari).

1. Date le curve di equazione  $y = kx^2$ ,  $y = k(x - 2)^2$  (con  $k \neq 0$ ), trovare se sono normali in qualche punto.

2. Data la funzione  $\sin x$ , trovare una funzione  $f(x)$  non lineare tale che i due grafici siano tangenti nel punto di ascissa  $x_0 = 0$ .

11. Trovare la derivata  $n$ -esima delle seguenti funzioni

1.  $\sin x$

2.  $\cos x$

3.  $1/(1+x)$

4.  $\exp(-2x)$ .