

1. Calcolare i seguenti integrali, dopo averne giustificato l'esistenza:

$$1. \int_{-\pi/2}^{\pi/3} \frac{1 - \cos x}{\sin x} dx$$

$$2. \int_0^4 \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{x}} dx$$

$$3. \int_{-4}^1 \frac{x}{x - 2\sqrt{|x|}} dx$$

$$4. \int_{-\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx$$

$$5. \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$$

$$6. \int_0^1 \frac{6x}{x^3 + 8} dx$$

$$7. \int_0^{\pi/4} \frac{x}{\cos^2 x} dx$$

$$8. \int_0^e x \log x dx$$

2. Calcolare l'area della regione di piano compresa tra i grafici delle funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$ ;

$$1. f(x) = \operatorname{tg}^2 x, g(x) = \frac{x}{\cos^2 x} \quad \text{per } x \in [0, \pi/4]$$

$$2. f(x) = x^2 - x, g(x) = 5x - 2x^2.$$

$$3. f(x) = x \log x, g(x) = x \quad \text{per } x \in [0, 3e/2]$$

$$4. f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4, g(x) = 0$$

3. Calcolare il volume dei seguenti solidi di rotazione ottenuti rispettivamente per:

1. rotazione attorno all'asse delle  $x$  della regione di piano compresa tra il grafico della funzione  $f(x) = x^3$  e l'asse delle  $x$ , per  $x \in [-3, 3]$

2. rotazione attorno all'asse delle  $x$  della regione di piano situata nel semipiano delle  $y$  positive e compresa tra la parabola  $y = 4 - x^2$  e la retta  $y = 3x$ .

3. rotazione attorno alla retta  $y = 2$  della regione di piano compresa tra il grafico della funzione  $f(x) = x + (1/x)$  e la retta  $y = 4$ .

4. rotazione attorno all'asse delle  $y$  della regione di piano compresa tra la parabola  $y = x^2$  e la retta  $y = 3$ .

4. Risolvere i seguenti problemi :

$$1. \begin{cases} y' = \operatorname{tg} x \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \text{per } x \in (-\pi/2, \pi/2)$$

$$2. \begin{cases} y' = \exp(-x^2) \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$