

1. (punti 8)

Facendo uso della formula di Taylor , calcolare il limite della seguente funzione per $x \rightarrow 0$:

$$\frac{\sqrt{1+x^2} - e^{-x^2/2}}{(\sin 2x)^2 - \log(1+4x^2)}$$

2. (punti 12)

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x + \cos x)^{1/x} & \text{se } 0 < x \leq \pi / 2 \\ e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} & \text{se } -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

verificare che si può prolungare con continuità per $x = 0$, precisando con quale valore . Dire poi se la funzione così prolungata risulta anche derivabile per $x = 0$.

3. (punti 12)

Studiare la funzione

$$f(x) = \log(\cos^2 x - \sin^2 x)$$

precisandone in particolare la simmetria e la periodicità .