

1. ( punti 8 )

Data la funzione

$$f(x) = x - \log(1 + |x|) ,$$

studiarne le principali proprietà e tracciarne il grafico. In particolare, precisare la presenza di punti di non derivabilità e trovare gli intervalli di convessità.

2. ( punti 3 + 5 )

Dato l'integrale

$$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{2 - \sin^2 x}{\sin 2x} dx ,$$

- stabilire se esiste finito, utilizzando un opportuno criterio di integrabilità
- ritrovare lo stesso risultato effettuando il calcolo esplicito.

3. ( punti 7 )

Data la successione definita per ricorrenza da

$$a_1 = 1/2 \quad a_{n+1} = \sqrt{1 - a_n + a_n^2} ,$$

calcolarne (se esistono) limite, massimo e minimo, estremo superiore ed inferiore. Motivare in modo esauriente ogni risposta.

4. ( punti 7 )

Risolvere l'equazione differenziale

$$y' + \frac{y}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} .$$

1. ( punti 7 )

Data la funzione

$$f(x) = x + \log(1 + |x|) ,$$

studiarne le principali proprietà e tracciarne il grafico. In particolare, precisare la presenza di punti di non derivabilità e trovare gli intervalli di convessità.

2. ( punti 3 + 6 )

Dato l'integrale

$$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{2 - \cos^2 x}{\sin 2x} dx ,$$

- stabilire se esiste finito, utilizzando un opportuno criterio di integrabilità
- ritrovare lo stesso risultato effettuando il calcolo esplicito.

3. ( punti 6 )

Data la successione definita per ricorrenza da

$$a_1 = 2 \quad a_{n+1} = \sqrt{4 - a_n + a_n^2} ,$$

calcolarne (se esistono) limite, massimo e minimo, estremo superiore ed inferiore. Motivare in modo esauriente ogni risposta.

4. ( punti 8 )

Risolvere l'equazione differenziale

$$y' - \frac{y}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} .$$

