

Prova scritta del 15 . 9 . 06

1. (punti 8)

Data la funzione

$$f(x) = \frac{|\sin x|}{1 - \sin x},$$

studiarne le principali proprietà e tracciarne il grafico. In particolare, precisare la presenza di punti di non derivabilità e trovare gli intervalli di convessità.

2. (punti 3 + 6)

Dato l'integrale

$$\int_1^{\infty} \frac{2x \log x}{(1+x^2)^2} dx,$$

- stabilire se esiste finito, utilizzando un opportuno criterio di integrabilità
- ritrovare lo stesso risultato effettuando il calcolo esplicito.

3. (punti 3 + 4)

Data la funzione

$$f(x) = (1 + \sin x \log x)^{1/\sin x}, \quad x \in (0, \pi)$$

- calcolarne la derivata
- dire se e come si può estendere $f(x)$ con continuità agli estremi dell'intervallo.

4. (punti 7)

Risolvere l'equazione differenziale con le condizioni iniziali date :

$$y'' + 2y' + 3y = \cos x$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$