

Esercizi

1. Calcolare l'integrale indefinito delle seguenti funzioni:

$$\frac{\cos x + 1}{\sin x + 1}, \quad \sqrt{4 - x^2}, \quad \sqrt{\frac{1 - x}{1 + x}}, \quad \sqrt{x^2 + 4}.$$

2. Usando un opportuno criterio di integrabilità a priori, stabilire l'esistenza dei seguenti integrali:

$$\int_{-\pi/2}^0 \frac{\cos x + 1}{\sin x + 1} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{\log x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

3. Data la funzione $f(x) = \frac{\log x}{x - 1}$, provare che è integrabile in un intorno di 0 e di 1, mentre non lo è

in nessun intorno di $+\infty$. Utilizzare questi risultati per studiare la funzione $F(x) = \int_1^x \frac{\log x}{x - 1} dx$.

4. Risolvere le equazioni differenziali:

$$y'' + 4y = (1 + x)e^{2x}; \quad y^{iv} + y = \cos x; \quad y' = x(1 + y^2); \quad y' = \frac{x}{x^2 + 1} (1 + y^2) \operatorname{arctg} y.$$

5. Studiare la convergenza delle serie al variare del parametro reale x :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt{n + n^3}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^x + n^2 + 1}{n^3 + n + 2}.$$