

ANALISI MATEMATICA
C. di L. in Informatica - Corsi A, B, R

Prova scritta parziale n.1 del 5 . 11. 2007 [1]

1. (punti 10)

Date le funzioni

$$f(x) = 1/x \quad , \quad g(x) = \log x \quad , \quad h(x) = x^2 - 1 \quad ,$$

1. scrivere la funzione composta $F(x) = (f \circ g \circ h)(x)$
2. trovare il campo di esistenza C.E. di $F(x)$
3. provare che $F(x)$ è monotona in uno degli intervalli (a scelta) del C.E.
4. trovare l'immagine e l'inversa della funzione ristretta a tale intervallo.

2. (punti 8)

Trovare il campo di esistenza della funzione

$$f(x) = \log \sqrt{1 - |1 - x^2|} - x \quad .$$

3. (punti 8)

Data la successione

$$a_n = \log \left(\frac{n^2 + 2}{2n^2 - 1} \right)$$

1. dimostrare che è monotona decrescente
2. verificare che l'estremo inferiore vale $\log 1/2$
3. dire se l'estremo inferiore è anche minimo
4. calcolare il massimo (se esiste) e l'estremo superiore.

4. (punti 7)

Utilizzando il principio di induzione, verificare la seguente identità :

$$\sum_{k=1}^n \frac{3 - 2^k}{4^k} = \frac{2^n - 1}{4^n} \quad .$$

ANALISI MATEMATICA
C. di L. in Informatica - Corsi A , B , R

Prova scritta parziale n.1 del 5 . 11. 2007 [2]

1. (punti 10)

Date le funzioni

$$f(x) = 1/x \quad , \quad g(x) = \log x \quad , \quad h(x) = x - 1 \quad ,$$

1. scrivere la funzione composta $F(x) = (f \circ h \circ g)(x)$
2. trovare il campo di esistenza C.E. di $F(x)$
3. provare che $F(x)$ è monotona in uno degli intervalli (a scelta) del C.E.
4. trovare l'immagine e l'inversa della funzione ristretta a tale intervallo.

2. (punti 8)

Trovare il campo di esistenza della funzione

$$f(x) = \log \sqrt{|4 - x^2| + x - 2} \quad .$$

3. (punti 8)

Data la successione

$$a_n = \sqrt{\frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2}} \sqrt{\frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2}}$$

1. dimostrare che è monotona crescente
2. verificare che l'estremo superiore vale $\sqrt{2}$
3. dire se l'estremo superiore è anche massimo
4. calcolare il minimo (se esiste) e l'estremo inferiore.

4. (punti 7)

Utilizzando il principio di induzione, verificare la seguente identità :

$$\sum_{k=1}^n \frac{3^k - 4}{9^k} = \frac{1}{2} \frac{1 - 3^n}{9^n}$$

ANALISI MATEMATICA

C. di L. in Informatica - Corsi A, B, R

Prova scritta parziale n.1 del 5 . 11. 2007 [3]

1. (punti 10)

Date le funzioni

$$f(x) = 1/x, \quad g(x) = \log x, \quad h(x) = x^2 - 1,$$

1. scrivere la funzione composta $F(x) = (h \circ f \circ g)(x)$
2. trovare il campo di esistenza C.E. di $F(x)$
3. provare che $F(x)$ è monotona in uno degli intervalli (a scelta) del C.E.
4. trovare l'immagine e l'inversa della funzione ristretta a tale intervallo.

2. (punti 8)

Trovare il campo di esistenza della funzione

$$f(x) = \sqrt{1 - \log_3 |x^2 + 2x|}.$$

3. (punti 8)

Data la successione

$$a_n = \sqrt{\frac{n^2 + 2}{2n^2 - 1}}$$

1. dimostrare che è monotona decrescente
2. verificare che l'estremo inferiore vale $1/\sqrt{2}$
3. dire se l'estremo inferiore è anche minimo
4. calcolare il massimo (se esiste) e l'estremo superiore.

4. (punti 7)

Utilizzando il principio di induzione, verificare la seguente identità :

$$\sum_{k=1}^n (3 \cdot 2^{k-1} - 1) 2^{k+1} = 2^{n+2} (2^n - 1).$$

ANALISI MATEMATICA

C. di L. in Informatica - Corsi A, B, R

Prova scritta parziale n.1 del 5 . 11. 2007

[4]

1. (punti 10)

Date le funzioni

$$f(x) = 1/x \quad , \quad g(x) = \log x \quad , \quad h(x) = x^2 - 1 \quad ,$$

5. scrivere la funzione composta $F(x) = (g \circ f \circ h)(x)$
6. trovare il campo di esistenza C.E. di $F(x)$
7. provare che $F(x)$ è monotona in uno degli intervalli (a scelta) del C.E.
8. trovare l'immagine e l'inversa della funzione ristretta a tale intervallo.

2. (punti 8)

Trovare il campo di esistenza della funzione

$$f(x) = \sqrt{1 - \log_2 |x^2 - x|} \quad .$$

3. (punti 8)

Data la successione

$$a_n = \log \left(\frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)$$

5. dimostrare che è monotona crescente
6. verificare che l'estremo superiore vale $\log 2$
7. dire se l'estremo superiore è anche massimo
8. calcolare il minimo (se esiste) e l'estremo inferiore.

4. (punti 7)

Utilizzando il principio di induzione, verificare la seguente identità :

$$\sum_{k=1}^n (3^{k+1} - 4 \cdot 3^{2k}) = \frac{1-3^n}{2} 3^{n+2} \quad .$$