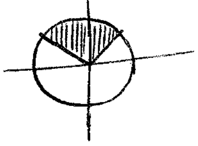
Soluzioni

[1]

1. Per dare significato alla radice deve essere $2\operatorname{sen}x - \sqrt{2} \geqslant 0$.
Sotto tale condizione il numeratore è positivo.
Dunque deve essere

$$\begin{cases} 2\operatorname{sen}x - \sqrt{2} \geqslant 0 \\ \operatorname{sen}x - \sqrt{3}\cos x - \sqrt{3} > 0 \end{cases}$$

(a)

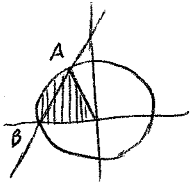


(b) $\operatorname{sen}x = Y$
$\cos x = X$

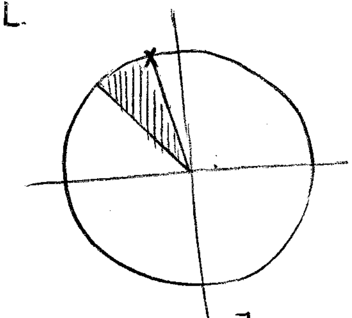
$$\begin{cases} Y > \sqrt{3}X + \sqrt{3} \\ X^2+Y^2=1 \end{cases}$$

$A = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$B = (-1, 0)$



SOL.



$x \in \left(\frac{2}{3}\pi, \frac{3}{4}\pi\right] \quad + 2k\pi$

2. $\lg\sqrt{1-\operatorname{tg}x} = \frac{1}{2}\lg(1-\operatorname{tg}x) \sim \frac{1}{2}\lg(1-x) \sim -\frac{1}{2}x$

$1 - e^{\sqrt[3]{x^3-x^4}} \sim 1 - e^{\sqrt[3]{x^3}} = 1 - e^{x} \sim -x$

Il limite vale $1/2$.

3. . La successione è ben definita e positiva.
. $x_{n+1} > x_n \iff x_n < 1$ (infatti $\frac{1+x_n^2}{1+x_n} > x_n \iff 1 + x_n^2 > x_n + x_n^2 \iff x_n < 1$)
. $x_n < 1 \Rightarrow x_{n+1} < 1$ (infatti $\frac{1+x_n^2}{1+x_n} < 1 \iff 1 + x_n^2 < 1 + x_n \iff x_n^2 - x_n < 0 \iff 0 < x_n < 1$)
Dunque, poichè $x_1 < 1$, la successione è crescente e limitata superiormente.
Il suo limite è l'unico punto fisso $L = 1$.

4. $z = x + iy$
$\bar{z} - 3 = (x-3) - iy$
$x^2 - y^2 + 2ixy - \sqrt{(x-3)^2+y^2} - 3 = 0$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 - \sqrt{(x-3)^2+y^2} - 3 = 0 \\ xy = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 0 \\ y^2 + \sqrt{y^2+9} + 3 = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} y = 0 \\ x^2 - |x-3| - 3 = 0 \end{cases}$$

Il primo sistema non ha soluzioni.
Per il secondo sistema si ha:

$$\begin{cases} y = 0 \\ x \geqslant 3 \\ x^2 - x = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} y = 0 \\ x < 3 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases}$$

$\Updownarrow$ nessuna slz.

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \quad \vee \quad x = -3. \end{cases}$$