Analisi Matematica II – Corso di laurea in Ingegneria Edile/Architettura

Prova scritta del 25.7.2011

1. punti 10

Calcolare il volume della regione $V = \left\{ (x, y, z): \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 5 \ , \ 2(x^2 + y^2) - z \leq 0 \right\}$ e l'area della superficie che la delimita.

2. punti 6

Risolvere il sistema di equazioni differenziali nelle incognite u (x) , v (x) :

$u'' + v = \cos x \quad , \quad v' + u = \operatorname{sen} x.$

3. punti 7

Dato il campo vettoriale irrotazionale $F = \left(\dfrac{x z}{x^2 + y^2 + 2y} \ , \ \dfrac{(1+y) z}{x^2 + y^2 + 2y} \ , \ \log \sqrt{x^2 + y^2 + 2y} \right)$

- stabilirne il dominio di definizione e descriverlo geometricamente, precisando se è connesso e se è semplicemente connesso
- provare a priori che è conservativo
- calcolarne un potenziale
- usando un opportuno teorema che permette di semplificare il calcolo, trovarne il flusso uscente dalla frontiera del dominio $V = \left\{ 3 \leq x^2 + y^2 + 2y \leq 8 \ , \ |z| \leq 1 \right\}$.

4. punti 9

Data la serie di funzioni $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(n+x)}{n!}$ definita per x > -1 :

- trovarne l'insieme di convergenza
- provare che in tale insieme la convergenza non è totale, ma che lo diventa in ogni intervallo (-1 , M] con M > 0
- provare che vale il teorema di derivata sotto segno di serie
- indicata con f (x) la somma della serie data, calcolare f ' (1) .