Esercitazioni di Matematica e Statistica, Anno Accademico 2008-2009,
Scienze Biologiche e Molecolari C
V.M.Tortorelli

schema XII esercitazione, 19 Dicembre 2008

Esercizi ed osservazioni di teoria su equazioni differenziali:

1 - La funzione nulla e' soluzione di ogni equazione differenziale omogenea.

- La somma e il prodotto per numeri di soluzioni di un'equazione differenziale lineare omogenea è ancora soluzione della stessa equazione.

- Date due soluzioni di un'equazione lineare omogenea del secondo ordine, che non siano "multiplo" una dell'altra (o in altre parole che non siano "allineate con la soluzione nulla) tutte le altre soluzioni della stessa equazione possono essere scritte come somma delle due soluzioni date ognuna moltiplicata per un opportuno coefficiente. (Fisstae quindi le due soluzioni come sopra scritto le soluzioni di un'equazione differenziale omogenea del secondo ordine si identificano con un piano cartesiano mediante i coefficienti di cui sopra).

2- Esercizi vari sulle equazioni differenziali lineari omogenee del secondo ordine a coefficienti costanti.

3- Impostazione dello studio per le equazioni lineari del secondo ordine non omogenee:

esemplificazione rivisitando le soluzioni di equzione dl primo ordine lineari lo schema e' lo stesso

-trovare le soluzioni dell'omogenea -trovare con metodi specifici una soluzione particolare dellequazione -tutte le altre soluzioni saranno somma di questa particolare con una generica soluzione

e' come traslare un piano passantre per l'origine

- solo a questo punto si potranno scegliere i coefficienti per imporre che la soluzione generica soddisfi condizioni ausiliari come quelle dei dati iniziali.

4- Metodo dei coefficienti indeterminati con termini noti esponenziali , polinomiali, e trigonometrci. Cinque o sei esercizi a proposito.

-Caso particolare di equazione senza termine di "attrito" e termine noto trigonometrico

- Esempio di "risonanza".

-Cenno al metodo della variazione delle costanti.

5- Problemi di Cauchy per equazioni a variabili separabili $y'(x) = g(y(x))f(x)$: scaletta preliminare per orientarsi prima di fare molti calcoli:

-trovare gli zeri di g le rette orizzontali per tali valori sono soluzioni (quelle costanti)

Poi si considera il fatto che per le funzioni g ed f trattate nessuna soluzione ha grafico che tocca quello di una soluzione diversa

- quindi si vedono in che "striscia" del piano tagliata dalle rette orizzontali corrispondenti agli zeri di g stanno i dati iniziali: il grafico della soluzione non puo' uscire da tale striscia!

-eventualemente quando risulta semplice studiare il segno di g(y) f(x) per gli (x,y) nella striscia utile, per sapere a priori l'andamento della soluzione.

-risolvere fin dove è possibile tendndo presente quando si fannøle primitive che le costanti devono permetrtere alla soluzione di stare nella striscia giusta.

Esempi $y' = 1 + y^2$, $y' = y(1 - y)$ etc.