

# Complementi di Analisi Matematica

Anno Accademico 2003-2004

Laurea specialistica in Informatica

R.Stasi, V.M. Tortorelli

I prova scritta finale, 4 giugno 2004

---

I PARTE: si dia la risposta alle seguenti domande senza giustificazione:

---

1.a- Si calcoli l'area del parallelogramma di vertici  $(1, 1, 1)$ ,  $(2, 3, 4)$ ,  $(5, 6, 7)$ ,  $(6, 8, 10)$ .

R.:

1.b- Si disegni approssimativamente il sottoinsieme del piano definito dalla condizione

$$|x|^{\frac{1}{3}} + |y|^{\frac{1}{3}} \leq 1.$$

R.:

1.c- Si dica se la funzione  $(s, t) \mapsto (s, s^2 - t^2)$  è iniettiva e se è surgettiva.

R.:

2.a- Si dica se esiste il limite per  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$  di  $\frac{1 - \cos(xy)}{x^2 + |y|}$ , e in caso affermativo lo si calcoli.

R.:

2.b- Si calcoli il polinomio di Taylor di secondo grado con centro  $(0, 0)$  della funzione  $\arctan(xy) - \sin^2 x$ .

R.:

2.c- Si trovino i punti di massimo assoluto  $xy$  su  $x^2 + 4y^2 \leq 1$ .

R.:

3 - Si scriva l'elemento d'area della superficie definita implicitamente da  $e^{x+y+z} = 1 + x$ .

R.:

4- Si dica se la funzione  $\frac{1}{x^4+y^4}$  ha integrale finito su  $y^2 \leq x^4 \leq 5$ .

R.:

5- Si calcoli il lavoro della forma differenziale  $\frac{3x^2y}{y^2+x^6}dx - \frac{x^3}{y^2+x^6}dy$  sulla curva  $t \mapsto (\cos t, \sin t)$ .

R.:

6- Si calcolino tutte le soluzioni del sistema  $x' = y$ ,  $y' = x - y + t$ .

R.:

# Complementi di Analisi Matematica

Anno Accademico 2003-2004

Laurea specialistica in Informatica

R.Stasi, V.M. Tortorelli

I prova scritta finale, 4 giugno 2004

---

II PARTE: si risolvano i seguenti problemi dando in modo esauriente le opportune giustificazioni:

---

1- Si consideri la successione di funzioni di due variabili reali :  $f_n(x, y) = \left( \frac{(x-n)^2 + (y-n)^2}{2n^2} \right)^n$ .

**a:** si studi la convergenza puntuale della successione  $f_n$  e si calcoli il limite.

**b:** si provi che vi è convergenza uniforme sulle regioni limitate.

**c:** si studi se vi sono regioni non limitate in cui vi è convergenza uniforme.

2-

**a:** Si calcolino le soluzioni del sistema: 
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) - y(t) \\ y'(t) = -x(t) + z(t) \\ z'(t) = y(t) + z(t) \end{cases}$$

**b:** Si descrivano le traiettorie (immagini delle soluzioni) che giacciono su piani determinando quali sono questi piani.

**c:** Si studi l'esistenza e l'unicità su tutto  $\mathbf{R}^2$  della soluzione per: 
$$\begin{cases} (x - y) \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) - 2x \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 0 \\ u(x, 1 - x) = (3x - 1)^2 \end{cases}$$