Complementi di Analisi Matematica
Anno Accademico 2003-2004
Laurea specialistica in Informatica
R.Stasi, V.M. Tortorelli

II prova scritta finale, 25 giugno 2004

I PARTE: si dia la risposta alle seguenti domande senza giustificazione:

1- Si calcoli l'area del triangolo di vertici $(0,0,0,0)$, $(1,1,1,1)$, $(1,2,3,4)$.
R.:

2.a- Si calcoli il limite per $(x,y) \to (0,0)$, $|x| \leq y$ di $\dfrac{x^2 - y}{x^2 + (y-1)^2 - 1}$.

R.:

2.b- Si trovi il valore di massimo assoluto di $x^2 e^y$ su $x^2 + y^2 \leq 1$.

R.:

3- Si calcoli il piano tangente a $\sin xyz + zx = 1$ nel punto $(1,0,1)$.

R.:

4- Si dica se l'area della superficie ottenuta ruotando attorno all'asse della x il luogo di zeri $e^z - e^{-x^2} = 1$ è finita o meno.

R.:

5- Si calcoli il limite per $n \to +\infty$ di: $\quad n \int_{\mathbf{R}} e^{-x^2} \cos nx dx$.

R.:

6- Si trovino tutte le soluzioni dell'equazione: $u'' - u' - 2u = 3e^{-t}$.

R.:

Complementi di Analisi Matematica
Anno Accademico 2003-2004
Laurea specialistica in Informatica
R.Stasi, V.M. Tortorelli

II prova scritta finale, 25 giugno 2004

II PARTE: si risolvano i seguenti problemi dando in modo esauriente le opportune giustificazioni:

1- Al variare di $\alpha > 0$ si calcoli l'integrale della forma differenziale $-\frac{y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy$ lungo il cammino $x \mapsto (x, (1+x^2)^\alpha - 2), \ -\infty < x < +\infty$.

2- **a:** Si provi che le sole soluzioni con simmetria radiale dell'equazione differenziale

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

definite su tutto $\mathbf{R}^2$ sono le funzioni costanti.

b: Si trovi *la soluzione* del tipo $u(x,y) = \varphi(\rho)\psi(\theta)$ (ove $\rho, \ \theta$ sono le coordinate polari) del problema:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, & x^2+y^2 < 1 \\ \\ u(x,y) = 2xy, & x^2+y^2 = 1 \end{cases}$$

[Si osservi che dovendo essere u differenziabile con continuità in $(0,0)$ deve essere $\varphi'(0) = 0$.]