Giustificazione della seconda parte della soluzione dell'esercizio 12.a VI appello, 21 Settembre 2009, Mat. e Stat. per Sc. Ec. Biod.

Detta M la variabile aleatoria che da il numero di individui marcati nella singola cattura si ha

$$\underset{0\le h\le 30}{\mathbb{P}(M=h)} = \sum_{970+h\ge k\ge h} \mathbb{P}(M=h/C=k)\,\mathbb{P}(C=k) = \sum_{970+h\ge k\ge h} \mathbb{P}(M=h/C=k)\binom{1000}{k}\left(\frac{3}{1000}\right)^{k}\left(\frac{997}{1000}\right)^{1000-k} =$$

$$= \sum_{970+h\ge k\ge h} \frac{\binom{30}{h}\binom{970}{k-h}}{\cancel{\binom{1000}{k}}}\cancel{\binom{1000}{k}}\left(\frac{3}{1000}\right)^{k}\left(\frac{997}{1000}\right)^{1000-k} =$$

$$= \binom{30}{h}\left(\frac{3}{1000}\right)^{h}\left(\frac{997}{1000}\right)^{30-h}\sum_{970+h\ge k\ge h}\binom{970}{k-h}\left(\frac{3}{1000}\right)^{k-h}\left(\frac{997}{1000}\right)^{970-(k-h)} =$$

$$(t=k-h) \quad = \binom{30}{h}\left(\frac{3}{1000}\right)^{h}\left(\frac{997}{1000}\right)^{30-h}\sum_{970\ge t\ge 0}\binom{970}{t}\left(\frac{3}{1000}\right)^{t}\left(\frac{997}{1000}\right)^{970-t} =$$

$$= \binom{30}{h}\left(\frac{3}{1000}\right)^{h}\left(\frac{997}{1000}\right)^{30-h}.$$