

Corso di Matematica per Scienze geologiche - anno 2003-04
Secondo compito - 17 dicembre 2003 - Tema n.1

Esercizio 1 Determinare il comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right)$.

Esercizio 2 Per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n + 2^n}$ è convergente?

Esercizio 3 Calcolare, se esiste, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(3^{4/x} + 1)$.

Esercizio 4 Quante soluzioni reali ha l'equazione $e^{67x} + x^{67} = 0$?

Esercizio 5 Posto $f(x) = 2^x + x^3$, verificare che f è bigettiva su \mathbb{R} , con inversa derivabile, e scrivere $(f^{-1})'(1)$.

Esercizio 6 Stabilire se la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x+3}$ ha un asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$, oppure no.

Esercizio 7 Determinare, se esistono, i massimi e i minimi relativi della funzione $f(x) = e^{2 \cos x - |x|}$.

Esercizio 8 Determinare $a, b \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan x & \text{se } x \leq 1 \\ a \cos \pi x + b \sin \pi x & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

sia derivabile con derivata continua su \mathbb{R} .

Esercizio 9 In quali intervalli di \mathbb{R} la funzione $f(x) = |x^2 - x - 2|$ è crescente e convessa?

Esercizio 10 Calcolare l'integrale $\int_{-\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos t - 1}{\cos t + 1} \sin t \, dt$.