

I PARTE: si dia la risposta alle seguenti domande senza giustificazione

1 - Si trovi la direzione normale all'insieme definito da $z = x^2 + y^2$ nel punto $(1, 1, 2)$.

R.:

2- Si determino i punti di “sella” del grafico della funzione

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + 2x^2y^2 + 2x^3 + x^2 + y^2.$$

R.:

3- Si calcoli l'area della superficie definita da $x^2 - y^2 = z$, $x^2 + y^2 \leq 1$.

R.:

4- Si trovino le soluzioni del sistema differenziale ai dati iniziali $\begin{cases} y''(t) - 2y'(t) + y(t) = e^t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$

R.:

II PARTE: si risponda alla seguenti domande dando esaurienti giustificazioni

a) Si scriva $S : \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}^3$ l'inversa della proiezione stereografica dal “polo nord” sul piano tangente al “polo sud” per una sfera di centro l'origine e raggio unitario.

b) Si verifichi direttamente che la matrice Jacobiana di S in ogni punto ha colonne ortogonali e di egual modulo, e quindi conserva gli angoli tra curve.

c) Si calcoli la lunghezza della curva sulla sfera che ha come proiezione stereografica il segmento di estremi $(1, 0)$ e $(1, \sqrt{5})$.