

IV prova in itinere B

novembre 2006

ESERCIZIO n. 1 Quali delle seguenti funzioni sono iniettive

$$t \mapsto t^9 + 2t - 2 \sin t, \quad (x, y, z) \mapsto (x + y - z, x - y + z, -x + y + z), \quad \mathbf{N} \ni n \mapsto \sin n$$

$$t \mapsto (t^3, \sin^2 t), \quad t \mapsto (t - \sin t)t$$

ESERCIZIO n. 2 Quali delle seguenti funzioni sono surgettive nei codomini specificati

$$t \mapsto t^5 + 2t - \cos t, \text{ su } \mathbf{R}, \quad t \mapsto \log(1 + \cos^2 t), \text{ su } [-100, 1], \quad t \mapsto (\sin t, \cos 2t), \text{ su } \mathbf{R}^2,$$

$$(x, y, z) \mapsto (x^3 + y^3 - z^3, x - y^5 + z^7), \text{ su } \mathbf{R}^2, \quad (\mathbf{N}^2 \ni (n, m) \mapsto (n^2 + m^2, nm), \text{ su } \mathbf{N}^2)$$

$$\mathbf{N}^2 \ni (n, m) \mapsto (n + m, nm), \text{ su } \mathbf{N}^2$$

ESERCIZIO n. 3 L'angolo di incidenza tra le tangenti all'immagine dei cammini $(\sin t, \cos t, t)$ e $(t^4, 1 + t, t^2)$ nel punto $(0, 1, 0)$ ha coseno eguale a:

$$\frac{1}{2}, \quad \sqrt{\frac{1}{2}}, \quad 0, \quad \frac{\sqrt{3}}{2},$$

ESERCIZIO n. 4 Quali tra le seguenti funzioni assumono valore massimo sui domini rispettivamente specificati

$$\frac{\sin \log(1+e^x)}{1+\cos x}, \quad x^2 \leq 1, \quad \frac{1-\cos x}{x}, \quad x \neq 0, \quad \frac{xyz}{x^2+y^2+z^2}, \quad (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}; \quad \frac{2e^x-1}{\sqrt{1+3e^{2x}}}, \quad x \in \mathbf{R};$$

ESERCIZIO n. 5 Giustificando i principali passaggi si studi la derivabilità della funzione:

$$f(x) = \arcsin \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbf{R}$$

mostrando che per $x \neq 0$ $f'(x) = -2 \frac{x}{|x|} \frac{1}{\sqrt{x^2+2}(1+x^2)}$

Se ne tracci quindi un grafico approssimativo.