$f'(x)=0 \iff 4x^2+x-1=0 \iff x=\frac{-1+\sqrt{17}}{8}=x_1$ oppure $x=\frac{-1-\sqrt{17}}{8}=x_2$

osserviamo che $x_1>0$ e $x_2<-\frac{1}{4}$

Per vedere se x_1 e x_2 sono di massimo o minimo locale studiamo il segno della der. seconda. Tale segno è dedotto facilmente da quello di $16x^3+8x^2+7x+10$

Studiando la fz. polinomiale $g(x)=16x^3+8x^2-7x-10$ ci si accorge che essa ha un solo zero (reale) x_0 e che $x_0>x_1>0$. Inoltre $g(x)\geq 0$ se $x\geq x_0$ e $g(x)<0$ se $x<x_0$. Per cui f è convessa se $x\in(-\infty,-\frac{1}{4})\cup(x_0,+\infty)$ ed è concava se $x\in(-\frac{1}{4},x_0)$. Per cui $x_1=\max$ $x_2=\min$

grafico della fz. $f(x)=\frac{x}{4x+1}e^{-x}$