Matematica, Anno Accademico 2007-2008, Scienze Geologiche

L. Caputo, D.Iacopini, V.M. Tortorelli

Seconda prova scritta **D**

11 febbraio 2008

ISTRUZIONI

a: dopo aver scritto nome cognome e numero di matricola,

b: giustificando i principali passaggi si risolvano i seguenti esercizi riportando le soluzioni sul presente foglio:

c: l'unico da consegnare.

ESERCIZIO 1 Si studino i luoghi di zeri e il segno delle derivate parziali della funzione $f(x,y) = 2x^4 - x^2e^y + e^{4y}$ e si determinino i valori di estremo superiore ed inferiore della funzione stessa.

ESERCIZIO 2 Si calcoli l'area della superficie deteminata dalle condizioni

$z = y^2 - x^2\ ,\ \ x^2 + y^2 \leq 1$

ESERCIZIO 3 Si trovino tutte le soluzioni dell'equazione differenziale: $\frac{dx}{dt}(t) = \sin(x(t))$ e se ne disegnino approsimativamente i grafici i garfici.

---

3) continuazione

$$\sqrt{\frac{1-\cos x(0)}{1+\cos x(0)}}\, e^t = \sqrt{\frac{1-\cos x(t)}{1+\cos x(t)}}$$

posto $\cos x(0) = c_0$
$|c_0| \neq 1$

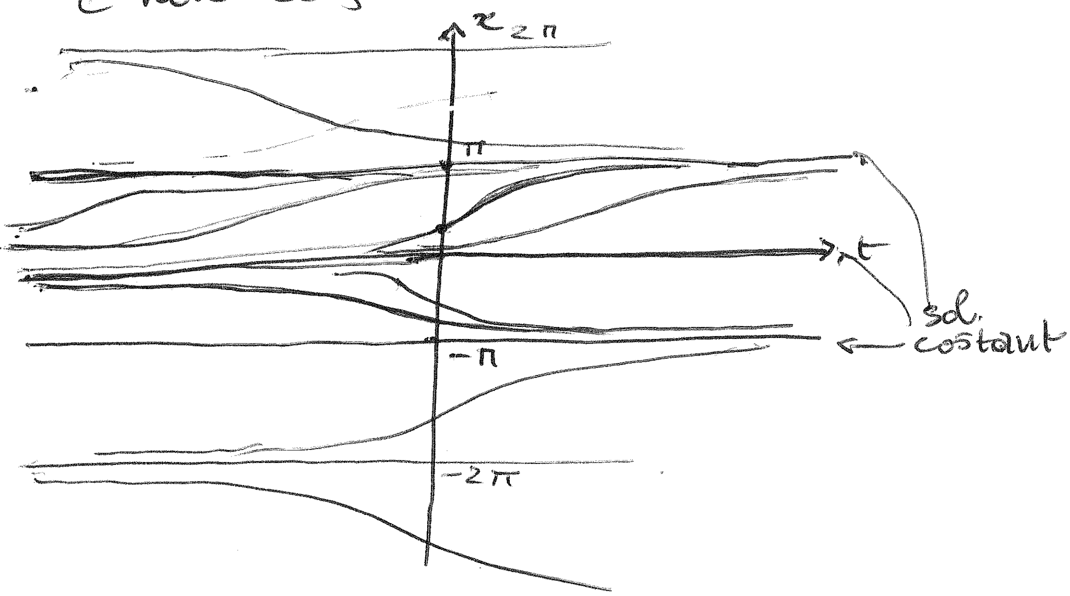
$$\frac{1-c_0}{1+c_0}\, e^{2t} = \frac{1-\cos x(t)}{1+\cos x(t)}$$

osservando che l'inversa di $\frac{1-H}{1+H}$ è la funzione stessa

$$\cos x(t) = \frac{1 - \frac{1-c_0}{1+c_0}e^{2t}}{1 + \frac{1-c_0}{1+c_0}e^{2t}}$$

Per il disegno dei grafici conviene considerare l'equazione e non la forma esplicita delle soluzioni

$x' = \sin x$



x sol $\Rightarrow x(t+c)$ sol

x sol $\Rightarrow x + 2k\pi$ sol

x sol $\Rightarrow -x$ sol

Se $x(0) \in]0,\pi[$
allora $x(t) \in]0,\pi[$
quindi $x' > 0$
e $x \nearrow$
$\lim_{t\to\infty} x = \pi$ $\lim_{t\to-\infty} x = 0$