

Esame scritto - simulazione 2

Non è consentito l'uso di telefoni cellulari (e altri dispositivi connessi),
calcolatrici, libri, dispense, appunti.

Nome:

Cognome:

Matricola:

Esercizio 1 (2 punti). Per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ il numero complesso Z_a ha modulo 1?

$$Z_a = \frac{(a^2 + i\sqrt{5})e^{i\pi}(1+i)^3}{(1+ai)^2(1+\sqrt{3}i)^2}$$

Risposta Es. 1.

Esercizio 2 (2 punti). Scrivere in forma algebrica il numero complesso

$$\frac{(\sqrt{3}-i)^{10}}{(1+i)^{20}}$$

Risposta Es. 2.

Esercizio 3 (2 punti). Calcolare il prodotto in funzione del numero naturale $n \geq 1$

$$\prod_{k=2}^n \frac{3k}{k+1}$$

Risposta Es. 3.

Esercizio 4 (2 punti). Calcolare la serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k(k+2)}$$

Risposta Es. 4.

Esercizio 5 (2 punti). Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{3^n + 2^n} - \sqrt{3^n - 2^n})(\sqrt{3})^n}{2^n + n^2}$$

Risposta Es. 5.

Esercizio 6 (2 punti). Trovare tutte le soluzioni dell'equazione

$$Z^2 = 8 + 6i$$

Risposta Es. 6.

Esercizio 7 (2 punti). *Indicare quali serie convergono*

$$(A) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n^n} \quad (B) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{(n+2)(n+3)} \quad (C) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$
$$(D) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n 2^n}{(n+1)!} \quad (E) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\sqrt{n}+1}{n+1}\right)^n$$

Risposta Es. 7.

Esercizio 8 (2 punti). *Indicare quali serie convergono*

$$(A) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+1}} \quad (B) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{(n+1)!} \quad (C) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{(n+2)!}$$
$$(D) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \quad (E) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(2n)}{(n+\cos n)^2}$$

Risposta Es. 8.

Esercizio 9 (2 punti). *Calcolare il limite*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{\sin x} - \cos x)}{\sqrt{1+3x} - 1}$$

Risposta Es. 9.

Esercizio 10 (2 punti). *Per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = (ax^2 + bx)e^{2x}$ è soluzione di*

$$f'(x) - 2f(x) = (x+1)e^{2x}$$

Risposta Es. 10.

Esercizio 11 (2 punti). *Scrivere lo sviluppo di Taylor fino all'ordine 3*

$$f(x) = e^{2x} \cos(3x + x^2)$$

Risposta Es. 11.

Esercizio 12 (2 punti). *Calcolare l'integrale indefinito*

$$\int x e^x dx$$

Risposta Es. 12.

Esercizio 13 (2 punti). *Calcolare l'integrale indefinito*

$$\int \frac{1}{(x+1)(x-2)} dx$$

Risposta Es. 13.

Esercizio 14 (2 punti). *Trovare l'asintoto obliquo $y = ax + b$ della funzione $f(x)$ per $x \rightarrow +\infty$*

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 5x}$$

Risposta Es. 14.

Esercizio 15 (2 punti). *Determinare il punto di massimo della funzione $f(x) = (2x-3)e^{-x^2}$ su \mathbb{R} .*

Risposta Es. 15.